

Ejercicios de progresiones geométricas

1 El 2º término de una progresión geométrica es 6, y el 5º es 48. Escribir la progresión.

2 El 1º término de una progresión geométrica es 3, y el 8º es 384. Hallar la razón, y la suma y el producto de los 8 primeros términos.

3 Interpolar tres medios geométricos entre 3 y 48.

4 Calcular la suma de los primeros 5 términos de la progresión : 3, 6, 12, 24, 48, ...

5 Calcular la suma de los términos de la progresión geométrica decreciente ilimitada:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$$

6 Calcular el producto de los primeros 5 términos de la progresión: 3, 6, 12, 24, 48, ...

7 Juan ha comprado 20 libros, por el 1º ha pagado 1€, por el 2º 2 €, por el 3º 4 €, por el 4º 8 € y así sucesivamente. Cuánto ha pagado por los libros.

8 Uniendo los puntos medios de los lados de un cuadrado de lado l , se obtiene otro, en el que volvemos a hacer la misma operación, y así se continúa indefinidamente. Calcular la suma de las áreas de los infinitos cuadrados.

9 Hallar la fracción generatriz de 0.18181818...

10 Encontrar la fracción generatriz de 3.2777777...

SOLUCIONES

1 El 2º término de una progresión geométrica es 6, y el 5º es 48. Escribir la progresión.

$$a_2 = 6; \quad a_5 = 48;$$

$$a_n = a_k \cdot r^{n-k}$$

$$48 = 6 r^{5-2}; \quad r^3 = 8; \quad r = 2.$$

$$a_1 = a_2 / r; \quad a_1 = 6/2 = 3$$

3, 6, 12, 24, 48, ...

2 El 1º término de una progresión geométrica es 3, y el 8º es 384. Hallar la razón, y la suma y el producto de los 8 primeros términos.

$$a_1 = 3; \quad a_8 = 384;$$

$$r = \frac{a_n}{a_{n-1}} \quad S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1} \quad P = \pm \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

$$384 = 3 \cdot r^{8-1}; \quad r^7 = 128; \quad r^7 = 2^7; \quad r = 2.$$

$$S_8 = (384 \cdot 2 - 3) / (2 - 1) = 765$$

$$P_8 = \sqrt{(3 \cdot 384)^8} = \mathbf{1\ 761\ 205\ 026\ 816}$$

3 Interpolar tres medios geométricos entre 3 y 48.

$$a = 3; \quad b = 48; \quad r = \sqrt[m+1]{\frac{b}{a}}$$

$$r = \sqrt[3+1]{\frac{48}{3}} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

3, **6, 12, 24,** 48

4 Calcular la suma de los primeros 5 términos de la progresión : 3, 6, 12, 24, 48, ...

$$S_5 = \frac{48 \cdot 2 - 3}{2 - 1} = 93$$

5 Calcular la suma de los términos de la progresión geométrica decreciente

ilimitada:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$$

$$S = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

6 Calcular el producto de los primeros 5 términos de la progresión: 3, 6, 12, 24, 48, ..

$$P_5 = \sqrt{(3 \cdot 48)^5} = \sqrt{(3 \cdot 3 \cdot 2^4)^5} = \sqrt{3^{10} \cdot 2^{20}} = 3^5 \cdot 2^{10} = 218832$$

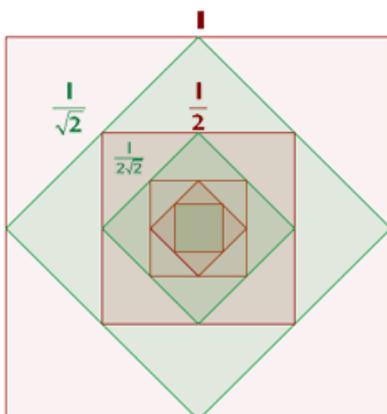
7 Juan ha comprado 20 libros, por el 1º ha pagado 1€, por el 2º 2 €, por el 3º 4 €, por el 4º 8 € y así sucesivamente. Cuánto ha pagado por los libros.

$$a_1 = 1 \quad r = 2; \quad n = 20; \quad S_n = \frac{a_1 \cdot r - a_1}{r - 1}$$

$$S = (1 \cdot 2^{20-1} - 1) / (2 - 1) = 1048575 \text{ €}$$

8 Uniendo los puntos medios de los lados de un cuadrado de lado l, se obtiene otro cuadrado, en el que volvemos a hacer la misma operación, y así se continua

los indefinidamente. Calcular la suma de las áreas de los infinitos cuadrados.



$$1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \dots$$

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

$$S = \frac{1^2}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1^2}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 1^2$$

9 Hallar la fracción generatriz de 0.18181818...

$$0.18181818\dots = 0.18 + 0.0018 + 0.000018 + \dots$$

Es una progresión geométrica decreciente ilimitada.

$$a_1 = 0.18; \quad r = 0.01; \quad S = \frac{a_1}{1-r}$$

$$S = 0.18 / (1 - 0.01) = 2/11$$

10 Encontrar la fracción generatriz de 3.2777777...

$$3.2777777\dots = 3.2 + 0.07 + 0.007 + 0.0007 + \dots$$

Tenemos una progresión geométrica decreciente ilimitada.

$$a_1 = 0.07 \quad r = 0.1;$$

$$3.2 + 0.07 / (1 - 0.1) = 32/10 + 7/90 = 59/18$$